Mécanique Classique

Définitions :

- **La Mécanique est une branche de la physique qui étudie le mouvement du corps.**
  La mécanique comporte 3 branches :
  La statique, La cinématique, et la Dynamique.

- **La statique est une branche de la mécanique qui étudie l'équilibre du corps.**

- **La cinématique est une branche de la mécanique qui étudie le mouvement en fonction du temps (position, trajectoire, vitesse) sans tenir compte des forces qui causes ce mouvement.**

- **La dynamique est une branche de la mécanique qui étudie la relation qui existe entre le mouvement et les force appliquées.**

- **Une particule ou point matériel est un corps de masse m, de dimensions négligeables et on peut l'assimiler à un point géométrique G lorsqu'on étudie son mouvement.**

ZAHI FARHAT

A)

1- Relativité du mouvement – Référentiel

Observer la figure ci-contre.

Les deux passagers assis dans le train en déplacement sont immobiles l'un par rapport à l'autre mais mobiles par rapport l'observateur debout sur la route.

L'immobilité et le mouvement n'ont donc aucun sens dans l'absolu. Dire qu'un objet est en mouvement nécessite de préciser par rapport à quel objet de référence on considère ce mouvement.

Le Référentiel est le solide par rapport auquel on étudie le mouvement. En mécanique : Il faut d'abord préciser le référentiel par % au quel on étudie le mouvement.

Conclusion :

Le mouvement d'un objet est relatif : il dépend de l'observateur.
Pour l'étudier, il faut choisir un solide de référence ou référentiel.

APPLICATION

Est en mouvement par rapport à	A	B	C	Le bus	La route
A					
B					
C					
Le Bus					
La route					

ZAHI FARHAT

NB:

1) Tout solide immobile sur le sol terrestre est un référentiel terrestre.

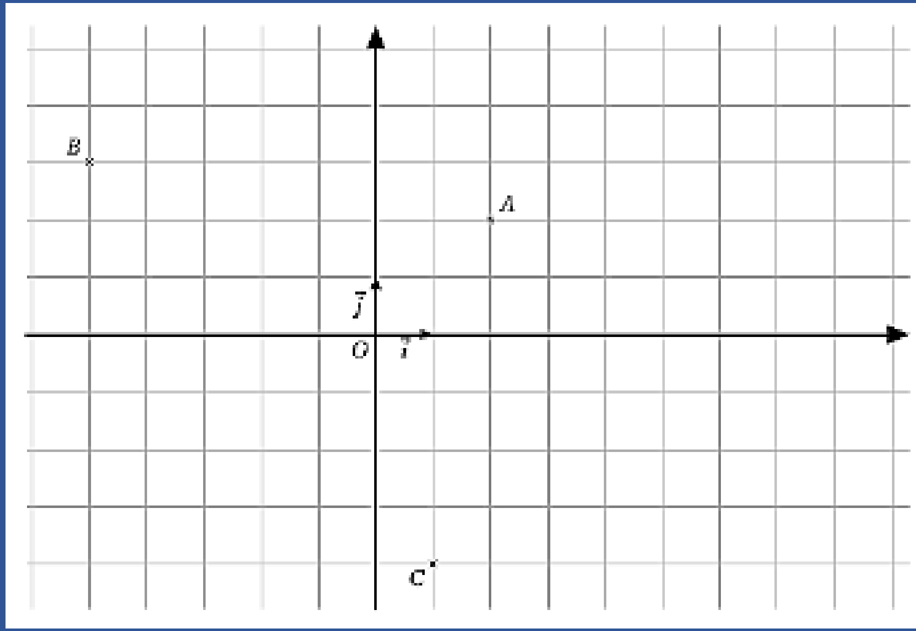
2) En pratique, on parle de mouvement ou d'immobilité sans préciser le référentiel. Il s'agit le plus souvent du référentiel terrestre.

3) Le référentiel terrestre est utilisé pour étudier un mouvement qui s'effectue à la surface de la Terre et la durée de ce mouvement est courte par % à 24h.

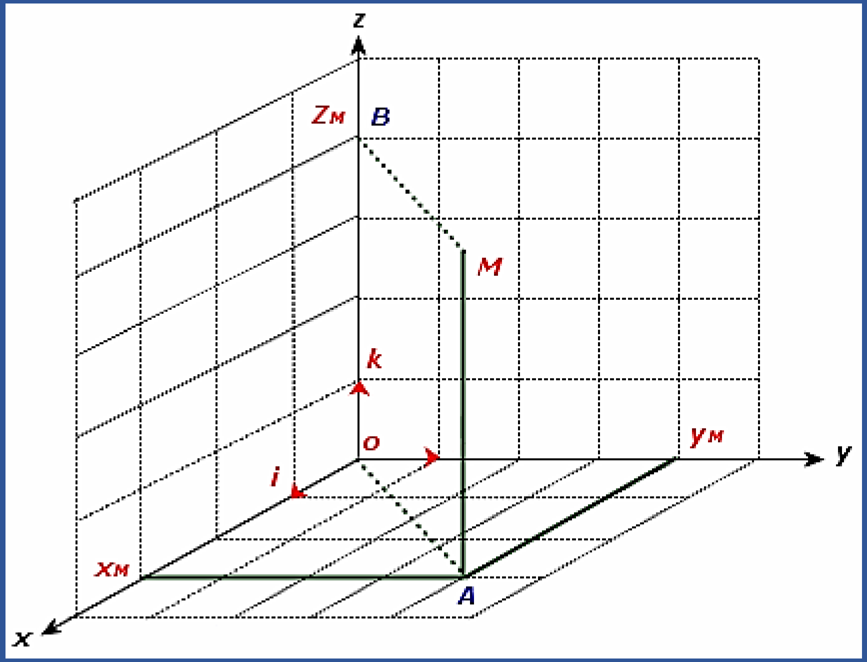
4) Le Repère terrestre est lié au référentiel terrestre.
Son origine O est un point fixe situé à la surface de la Terre.

Applications

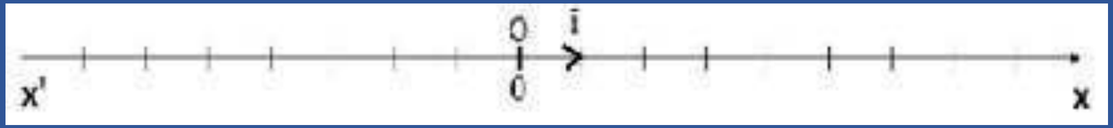
Si le mouvement dans un plan le repère d'espace est bidimensionnelle $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'origine O.



Si le mouvement est dans l'espace le repère d'espace est tridimensionnelle $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ d'origine O.



Si le mouvement est rectiligne Le repère d'espace est unidimensionnelle $(O, \vec{i})$ d'origine O.



ZAHI FARHAT

2- Trajectoire d'un mobile

Observer les figures ci contre.
La fumée blanche dégagée par l'avion nous renseigne sur le trajet qu'il suit : elle matérialise sa trajectoire.
De même, les rails déterminent la trajectoire que le train suivra.

Conclusion :
La trajectoire d'un point mobile est la ligne formée par l'ensemble des positions successivement occupées par ce point au cours de son mouvement. La trajectoire dépend du référentiel choisi.

NB:

- **La trajectoire est généralement curviligne**
  ⇔ mouvement curviligne.
- **Si la trajectoire est une ligne droite**
  ⇔ mouvement est dit rectiligne.
- **Si la trajectoire est une circonférence**
  ⇔ mouvement est dit circulaire.

Dans la suite du chapitre, on s'intéressera aux mouvements plans.
(Unidimensionnel et Bidimensionnel)

3- Repérage dans l’espace :

AXE:

Droite orientée (+) arbitrairement et possède une origine O.

Vecteur unitaire : $\vec{i}$

Soit A et B sur $\overrightarrow{x'x}$ tel que:

OA = 2m dans la partie (+)
OB = 4m dans la partie (-)

Pour préciser les positions de A et B:
il suffit de déterminer le vecteur position $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$.

En effet:

Soit $\vec{i}$ le vecteur unitaire :

- **Origine O**
- **Même sens et direction de $\overrightarrow{x'x}$**
- **Module i=1**

Donc : $\overrightarrow{OA} = 2\,\vec{i}$ et $\overrightarrow{OB} = -4\,\vec{i}$

En général:

- $\overrightarrow{OA} = \overline{OA}\,\vec{i}$ et $\overrightarrow{OB} = \overline{OB}.\,\vec{i}$
  $\overline{OA}$ et $\overline{OB}$:l es mesures algébriques
- $\overrightarrow{OA} = x_A\,.\,\vec{i}$ et $\overrightarrow{OB} = x_B\,.\,\vec{i}$
  x_A et x_B : les abscisses

$\overline{OA} = x_A = 2$ $\quad \overline{OB} = x_B = 4$

ZAHI FARHAT

4) Repère des temps :

Il y a deux aspects de la mesure du temps.

- **Instant ou date** : Elle est repérée par % à une instante origine t_0 qui est l'instant où on commence à étudié le mouvement (déclenchement d'un chronomètre ou n'importe quel horloge)

La date ou l'instant dépend de l'origine des temps choisi t_0.

NB : t_0 n'est pas nécessairement nul.

- **Durée** : est l'intervalle de temps qui sépare deux événements, c'est le temps écoulé entre deux dates (instants).La durée est indépendante de l'origine des temps choisi.

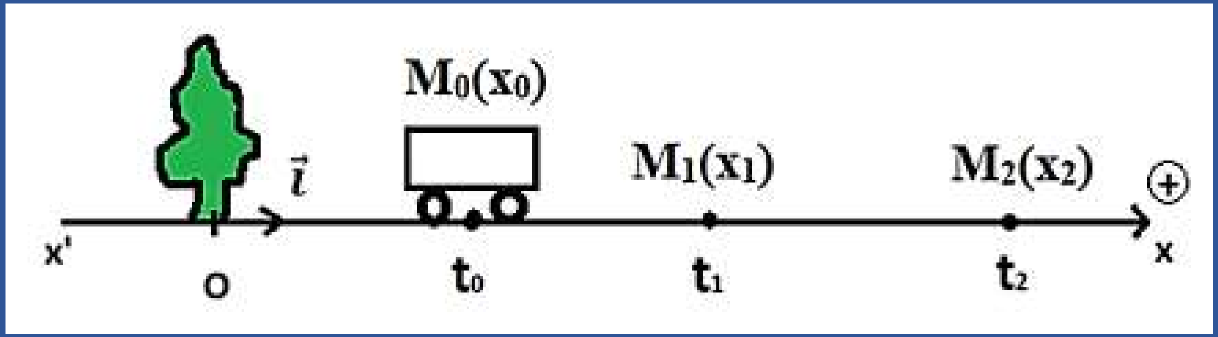
La durée : $\Delta t = t_f - t_i$ t_i : initial et t_f : final.

N.B : instant antérieur : $t < 0$ (Avant Jésus christ)

ZAHI FARHAT

EXEMPLE

MVT plan unidimensionnel:



Pour décrire le MVT d'un mobile M, on choisit :

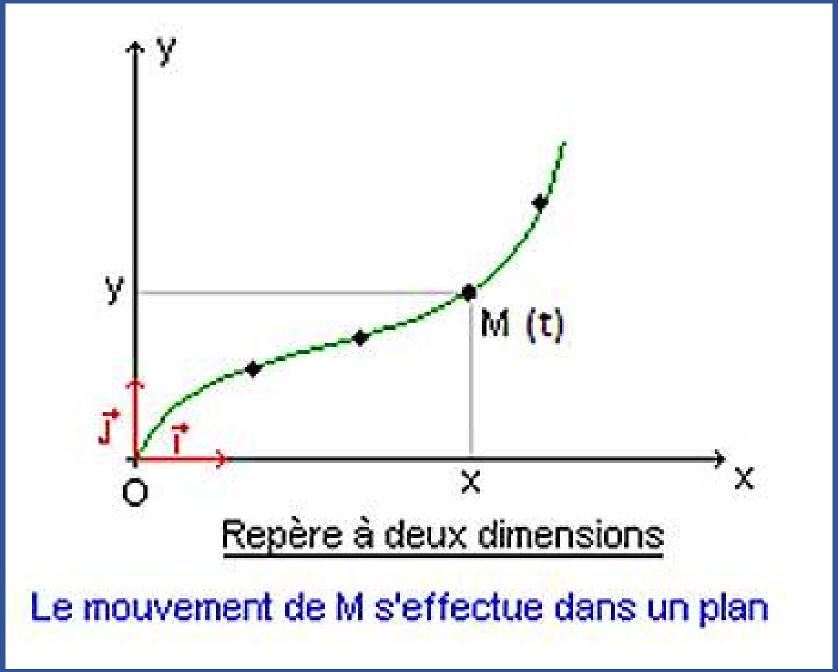
- **Un repère d'espace**
- **Un repère de temps**

Repère d'espace : $(0 \; ; \vec{i} \;)$

Repère de temps : à $t_0 = 0s$; $x_0 = 5m$

(x_0 n'est pas toujours nul)

MVT plan bidimensionnel:



Repère d'espace : $(o \; ; \vec{i} \; ; \vec{j}\;)$ **repère lié au référentiel O.**

Repère de temps : $t_0 = 0s$ **(instant du commencement de l'étude : déclenchement du chronomètre).**

($t_0 \neq 0$: montre)

ZAHI FARHAT

B)

1) Repérage d’un mobile en coordonnées cartésiennes.

Il y a 2 façons pour repérer la position du mobile à l’instant (t)

- Par le vecteur position $\overrightarrow{OM} = \vec{r}$
- Par les coordonnées cartésiennes du mobile :

$\overline{OM}_x$, $\overline{OM}_y$ et $\overline{OM}_z$ coordonnées du mobile à l’instant (t)

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM}_x + \overrightarrow{OM}_y + \overrightarrow{OM}_z$$
$$= \overline{OM}_x.\vec{\imath} + \overline{OM}_y\vec{\jmath} + \overline{OM}_{z.}\,\vec{k} \Rightarrow \overrightarrow{OM} = x\vec{\imath} + y\vec{\jmath} + z\vec{k}$$

Les équations paramétriques du mouvement:

$x = f(t), y = g\,(t)$ et $z = h\,(t)$

Module: $\|\overrightarrow{OM}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

Dans le SI : x , y et en (m) et t en (s).

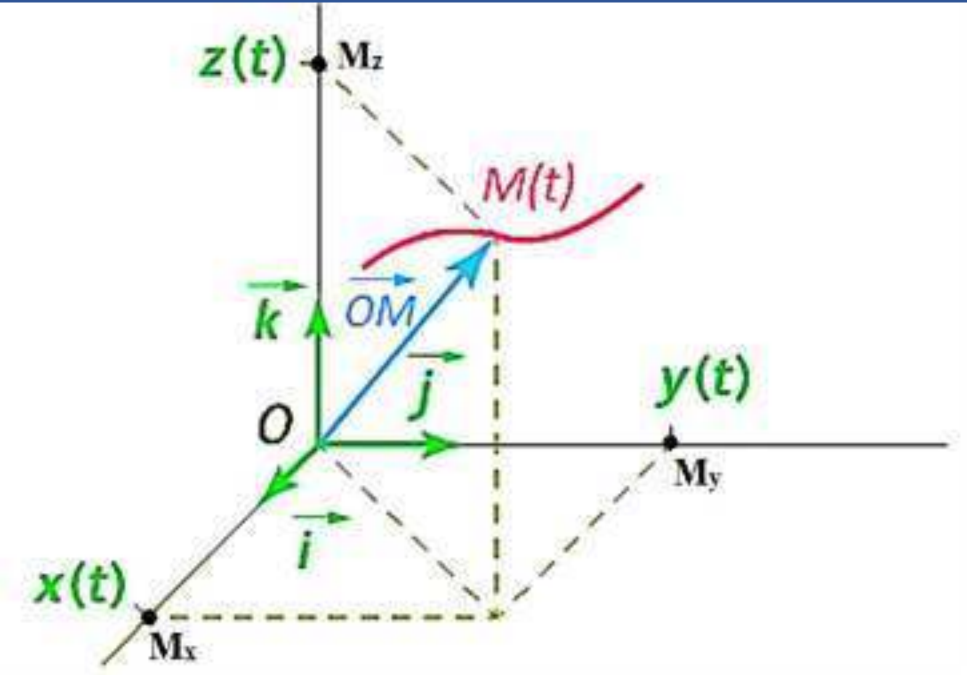
d = OM: La distance de O à M à un instant donné

Remarque :

1) On doit repérer le mobile dans le plan (O, $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$)

2)Connaissant les équations paramétriques du mouvement :

Pour établir l’équation de la trajectoire ou équation horaire , il suffit de trouver une relation indépendante du temps entre x et y.



Exemple1 :

x=4t+1 et y=3t-2

↓

t=(x-1)/4 dans y →y=3x/4 – 11/4

C’est l’équation de la trajectoire ,

Dans ce cas le mobile se déplace sur une ligne droite

5.1/124

ZAHI FARHAT

Exercices d'application

Dans l'espace rapporté au trièdre (O, x, y, z) directe.
Les équations paramétriques d'un point M mobile sont :

1-
$x = 2\cos t$, $y = 2\sin t$ et $z = 0$
Montrer que la trajectoire est un cercle

$z = 0 \Rightarrow$ M $\in$ au plan (xOy) dans le plan (xOy)
$x^2 + y^2 = 4(\sin^2 t + \cos^2 t) = 4$

donc la trajectoire est un cercle de centre O(0, 0, 0) de rayon R= 2 dans (xOy)

2-
$x = 2t$, $y = 4t^2$ et $z = 1$
Montrer que la trajectoire est une parabole

$z = 1 \Rightarrow$ M $\in$ au plan(P) perpendiculaire à (Oz) au point B(0, 0, 1)

$x = 2t \Rightarrow t = \frac{x}{2} \Rightarrow y = 4 \cdot \frac{x^2}{4} \Rightarrow y = x^2$

Donc la trajectoire est une parabole d'équation $y = x^2$ dans le plan (P).

3-
$x = 2t^2 - 4t$, $y = 1$, $z = 3$

$y = 1 \Rightarrow$ M $\in$ plan (P) perpendiculaire à (Oy)au pt A(0, 1, 0)
$z = 3 \Rightarrow$ M $\in$ plan (P') perpendiculaire à (Oz) au pt B(0, 0, 3)

Donc M $\in$ à la droite d'$\cap$ (D) des deux plans (P) et (P').
(D) passe par C(0, 1, 3) // à $\overrightarrow{ox}$

ZAHI FARHAT

2.) Vecteur vitesse
(variation du déplacement en fonction de temps)

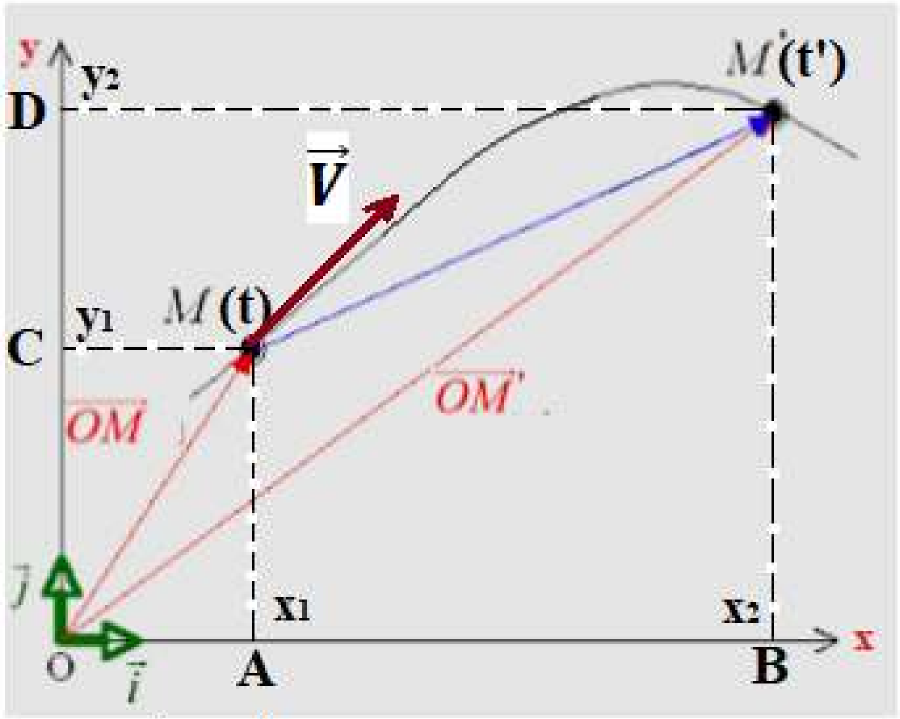
a) Vecteur vitesse moyenne : $\overrightarrow{V_m}$

Soient:

$\overrightarrow{MM'}$: le vecteur déplacement qui représente la variation du vecteur position entre t et t'.

et

Δt : durée de déplacement entre M(à l'instant t) et M'(à l'instant t' = t+Δt)



$|\overrightarrow{MM'}| \neq$ distance parcourue sauf

Si le mouvement est rectiligne.

$$\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{OM'} - \overrightarrow{OM} = \Delta\overrightarrow{OM}$$

$$\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \Delta x.\vec{i} + \Delta y.\vec{j}$$

Avec : $\Delta x = x_2 - x_1$ et $\Delta y = y_2 - y_1$

A chaque instant, le mobile se déplace suivant une direction, un sens et une grandeur de rapidité (vitesse); D'où la nécessitée d'un vecteur de variation

Par définition : $\overrightarrow{V_m} = \dfrac{\overrightarrow{MM'}}{\Delta t} = \dfrac{\Delta\overrightarrow{OM}}{\Delta t}$

ZAHI FARHAT

b) Vecteur vitesse instantanée :

Lorsque $\Delta t \rightarrow 0$ c.a.d $t' \rightarrow t$ donc $M' \rightarrow M$

$\vec{V}_m$ sera la Vitesse a un instant t et non pas dans un interval de temps Δt ,donc: $\vec{V}_m \rightarrow \vec{V}_i$

Par définition :

$$\vec{V} = \lim_{\Delta t \to 0} \overrightarrow{V_m} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{MM'}}{\Delta t}$$

Or $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{OM'} - \overrightarrow{OM} = \Delta\overrightarrow{OM}$: variation du vecteur position

$$\text{Donc } \vec{V} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\overrightarrow{OM}}{\Delta t}$$

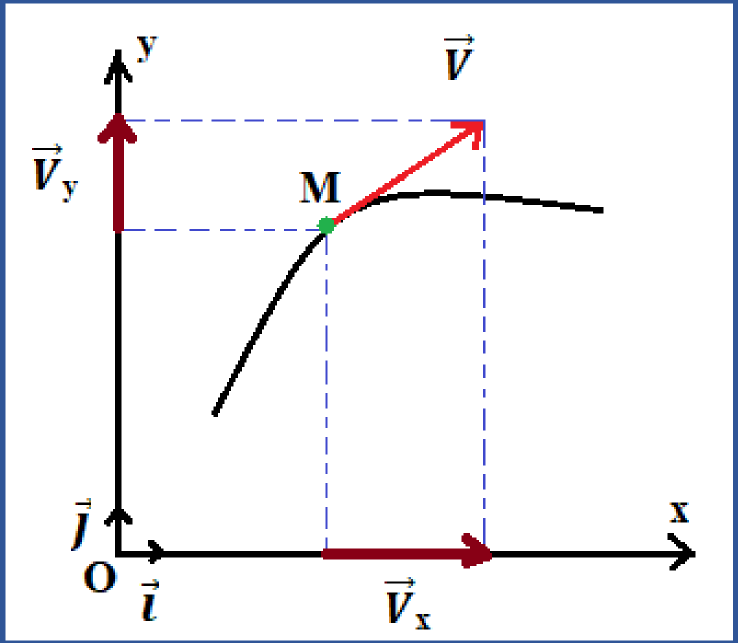
$\Rightarrow \vec{V}$ = dérivé du vecteur position par % au temps.

$$\Rightarrow \vec{V} = \left(\overrightarrow{OM}\right)' = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$$

Les caractéristiques de $\vec{V}(t)$:

- $\overrightarrow{V_{(t)}}$ est appliqué en M.
- $\vec{V}$ est tjrs tangent à trajectoire.
- $\vec{V}$ a tjrs le sens du mouvement.

ZAHI FARHAT



c) Vecteur vitesse en coordonnées cartésiennes :

$$\vec{V} = \overrightarrow{OM}' = (x\vec{i} + y\vec{j})' \Rightarrow \vec{V} = x'\vec{i} + y'\vec{j}$$

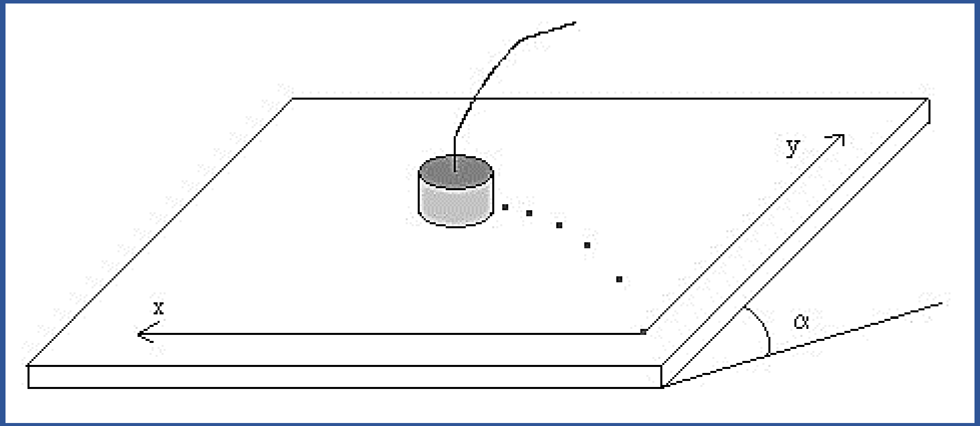
Les composantes de $\vec{V}$:

$$V_x = x' = f'(t)$$
$$V_y = y' = g'(t)$$

Module: $\|\vec{V}\| = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{x'^2 + y'^2}$

Dans le SI : V s'exprime en m/s.

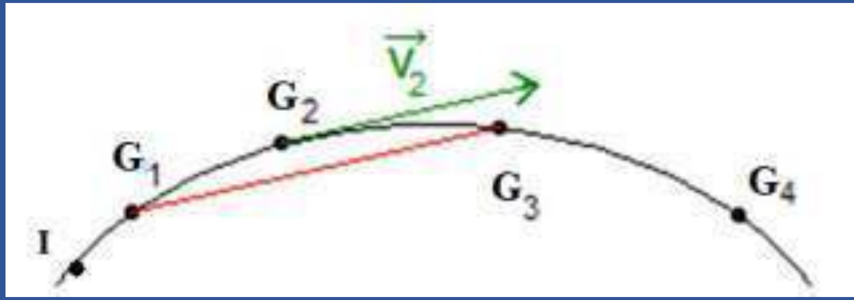
d) Représentation du vecteur vitesse dans un enregistrement sur une table à coussin d'air.



On enregistre les positions successives G_i du centre d'inertie (centre de masse) de l'autoporteur à intervalle de temps régulier $\tau = cte$ (Δt→0) donnée faible.

$\vec{V_i} = \frac{\overrightarrow{G_{i-1}G_{i+1}}}{2\tau}$ avec $\overrightarrow{G_{i-1}G_{i+1}} = \Delta\overrightarrow{OG}$ (À l'échelle)

Ex : $\vec{V_2} = \frac{\overrightarrow{G_1G_3}}{2\tau}$; $\vec{V_4} = \frac{\overrightarrow{G_3G_5}}{2\tau}$



- $\vec{V_i}$ Est appliqué en G_i
- $\vec{V_i}$ Parallèle à $\overrightarrow{G_{i-1}G_{i+1}}$ et de même sens
- $\|\vec{V_i}\| = \frac{\|\overrightarrow{G_{i-1}G_{i+1}}\|réel}{2\tau}$ **Ex :** $\|\vec{V_2}\| = \frac{\|\overrightarrow{G_1G_3}\|réel}{2\tau}$

On choisit une échelle arbitraire des vitesses

On représente $\vec{V_i}$

Exemple :

G_1G_3=6cm à l'echelle (1/2) donc $(G_1G_3)_{réel}$=6cm

V_2=0,4m/s à l'echelle (1/0,1) ; $L\vec{v}_2$ =4cm

ZAHI FARHAT

3) Vecteur accélération $\vec{a}$

La variation du vecteur vitesse (en module, sens ou direction) avec le temps est indiqué par un vecteur noté $\vec{a}$:le vecteur acceleration.

a) Vecteur accélération moyenne $\overrightarrow{a_m}$.

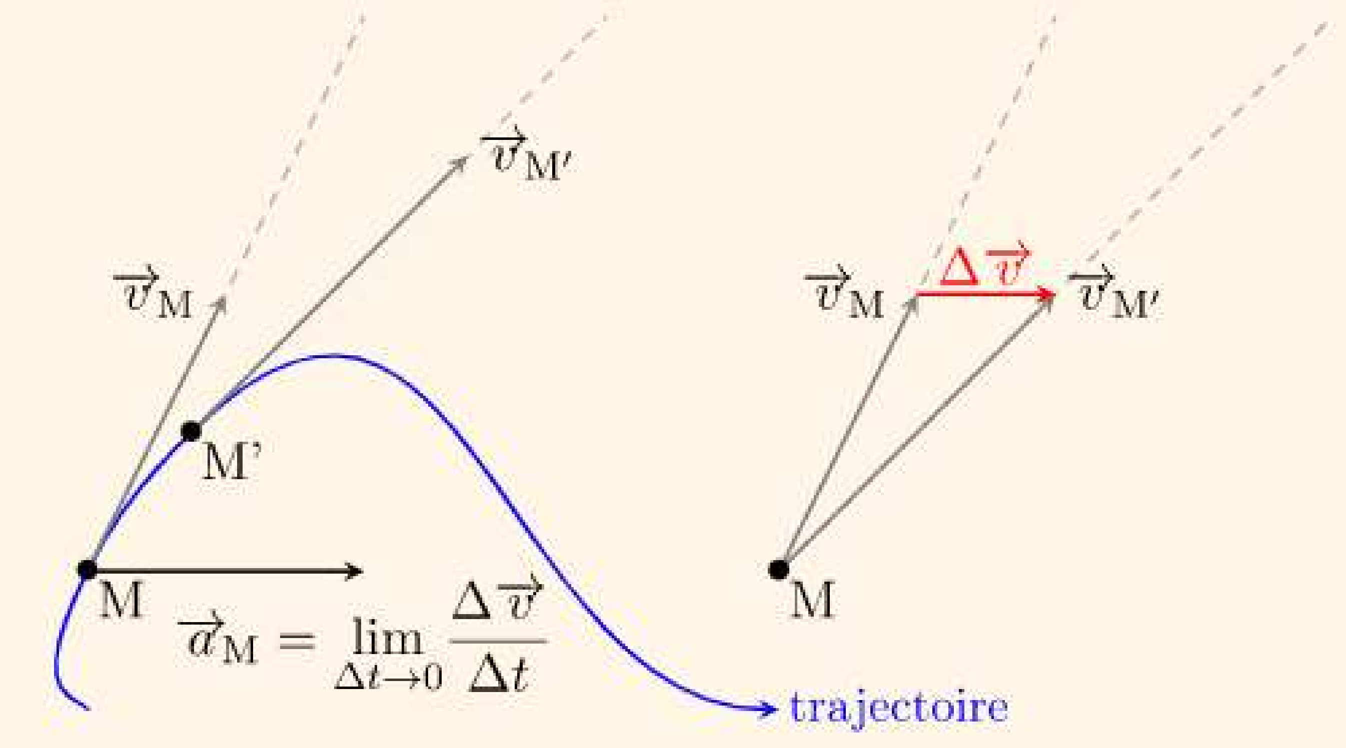
Soit $\vec{V}_m$ la vitesse à t

Soit $\vec{V'}_m$ la vitesse à t'

pendant $\Delta t = t' - t$, la variation du vecteur Vitesse:

$$\Delta\vec{V} = \vec{V}_{M'} - \vec{V}_M$$

Par définition : $\overrightarrow{a_m} = \dfrac{\overrightarrow{\Delta V}}{\Delta t}$



ZAHI FARHAT

b) Vecteur accélération instantanée : $\vec{a}$

Lorsque $\Delta t \rightarrow 0$ c.à.d. $t' \rightarrow t$; $\vec{a}_m \rightarrow \vec{a}_I$

Par définition : $\vec{a} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \overrightarrow{a_m}$

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{\Delta V}}{\Delta t}$$

$$\vec{a} = \vec{V'} = \frac{\overrightarrow{dV}}{dt}$$

Or $\vec{V} = \overrightarrow{OM}' \Rightarrow \vec{a} = \vec{V'} = \overrightarrow{OM}''$

Donc: $\vec{a}$ est le dérivé du vecteur vitesse par rapport au temps.

$\vec{a}$ est due à la variation du vecteur vitesse.

Dans le SI : a en valeur algébrique s'exprime en (m/s^2)

c) Vecteur accélération en coordonnées cartésiennes :

$$\vec{a} = \vec{V'} = (x'\vec{i} + y'\vec{j})' = x''\vec{i} + y''\vec{j}$$

$$\Rightarrow \vec{a} = x''\vec{i} + y''\vec{j}$$

Les composantes de $\vec{a}$:

$$a_x = V'_x = x''$$
$$a_y = V'_y = y''$$

Module:

$$\|\vec{a}\| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{x''^2 + y''^2}$$

$\vec{a}$ est dirigé vers l'intérieur de la concavité de la trajectoire

Exemple:

X=2t-3

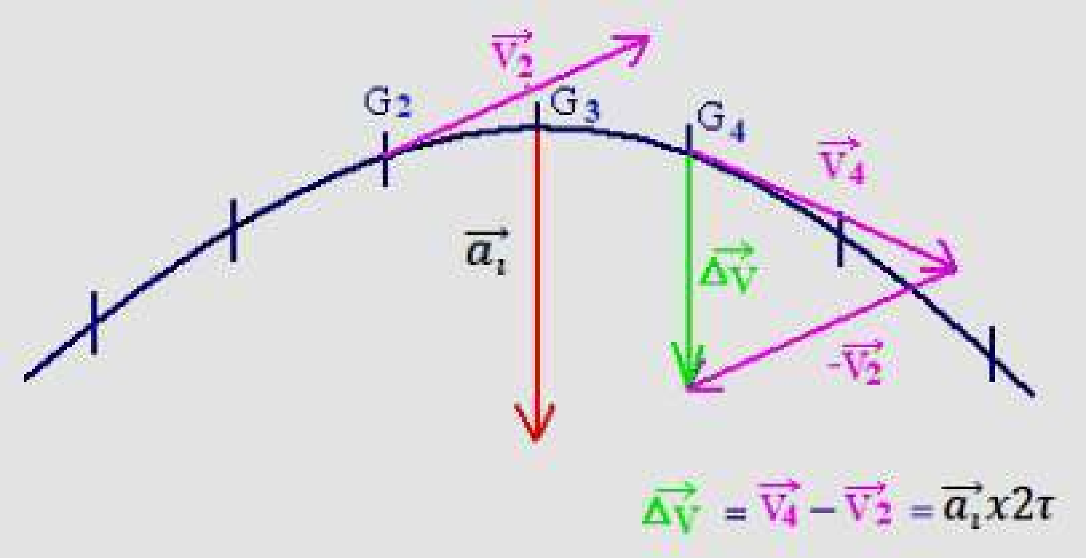
$\rightarrow V_x = x' = 2$

$\rightarrow a_x = x'' = V_x' = 0.$

ZAHI FARHAT

4. Représentation du vecteur accélération dans un enregistrement sur une table à coussin d'air.

$$\vec{a_i} = \frac{\overrightarrow{V_{i+1}} - \overrightarrow{V_{i-1}}}{2\tau} \Rightarrow \overrightarrow{V_{i+1}} - \overrightarrow{V_{i-1}} = \vec{a_i}.2\tau$$



Ex: $\overrightarrow{a_3} = \frac{\overrightarrow{V_4} - \overrightarrow{V_2}}{2\tau} \Rightarrow \overrightarrow{a_3}x2\tau = \overrightarrow{V_4} - \overrightarrow{V_2}$

Du point G_i on mène un vecteur équipollent à $\overrightarrow{V_{i+1}}$ et de l'extrémité de ce vecteur on construit un vecteur équipollent à $-\overrightarrow{V_{i-1}}$ on construit le vecteur $\vec{a_i}.2\tau$.
On mesure la longueur de ce vecteur $\vec{a_i}x2\tau$.
On utilise l'échelle des vitesses pour calculer $\|\vec{a_i}\| \times 2\tau$
On calcule $\|\vec{a_i}\|$

On choisit une échelle des accélérations, on construit du point G_i le vecteur $\vec{a_i}$ de même direction et de même sens que $\vec{a_i}.2\tau$ et de longueur qui dépend de l'échelle des accélérations choisie.

Exemple :

$\|\vec{a_i}\| \times 2\tau \rightarrow$3cm
à l'echelle (1/0,1m) $\|\vec{a_i}\| \times 2\tau$ =0,3m/s

si τ =0,03s $\|\vec{a_i}\|$ =0,3/0,06=5m/s².
à l'echelle (1/2,5m/s²) ; L$\vec{a_i}$ =2cm

ZAHI FARHAT

5) Repérage en abscisse curviligne.

Pour repérer la position du mobile, on choisit une origine soit M_0 ou I et un sens positif sur la trajectoire.

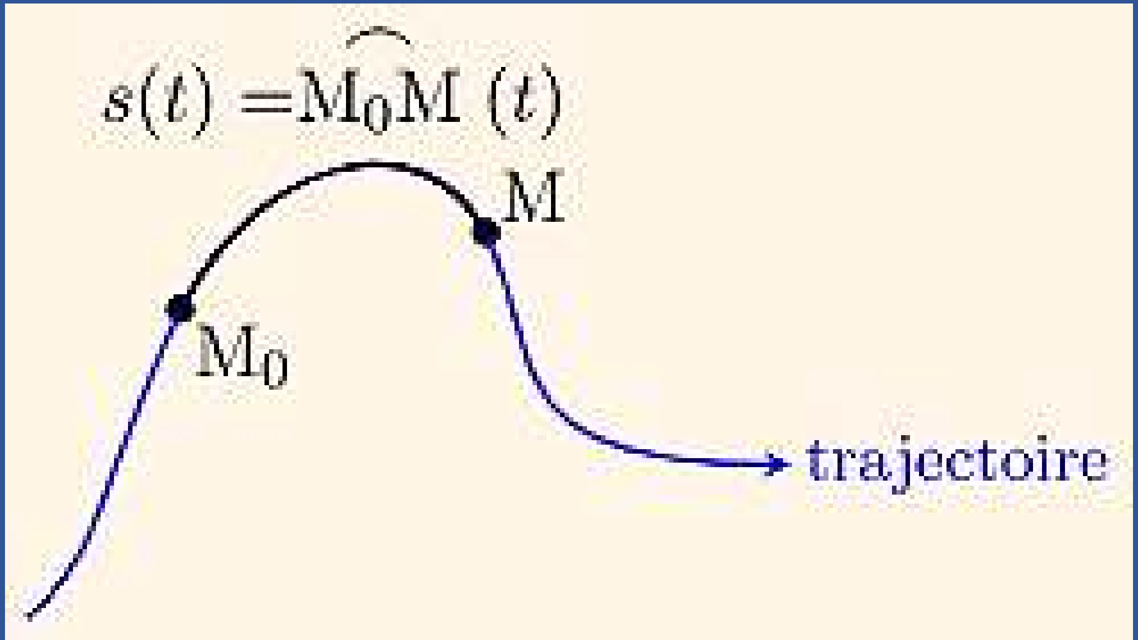
Le choix de l'origine et du sens positif est arbitraire.

On repère la position du mobile M à l'instant (t) par l'abscisse curviligne :

$s = \widehat{(IM)}$ = valeur algébrique de la longueur de l'arc IM.

$s = f(t)$: Équation horaire du mouvement. Variation de s en fonction du temps.

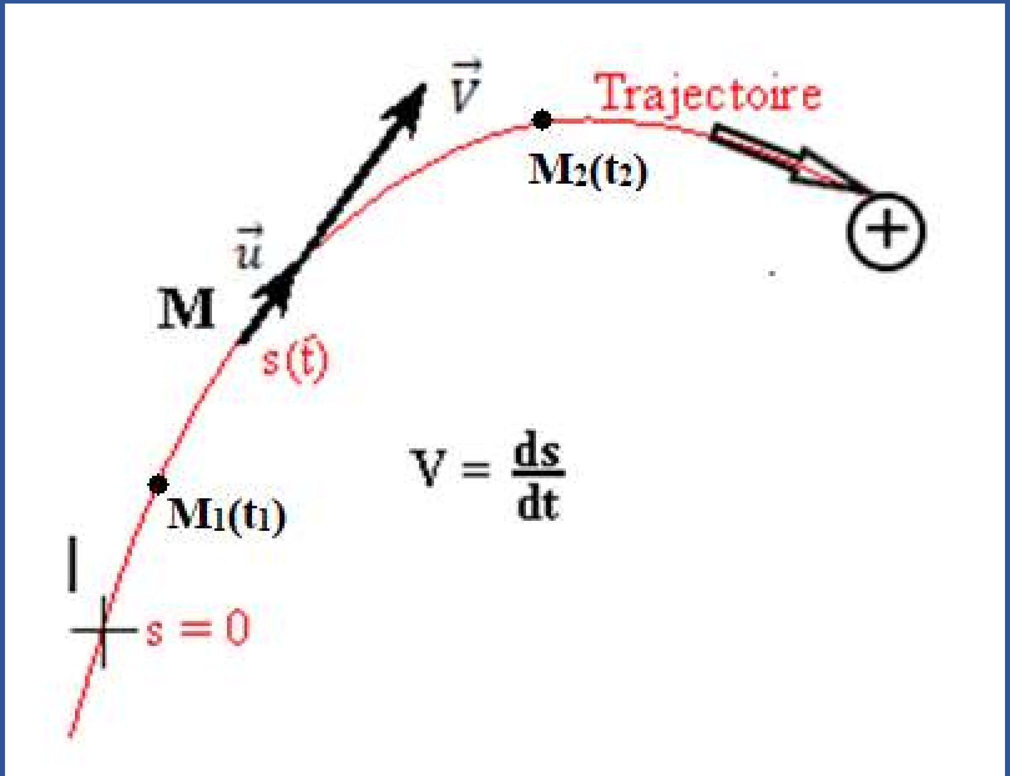
Dans le SI : t s'exprime en (s), s en (m).



ZAHI FARHAT

6) Vecteur vitesse en abscisse curviligne :

$\vec{u}$: Vecteur unitaire porté par la tangente et orienté dans le sens positif de la trajectoire.



$$\widehat{IM}=s=f(t).$$

Soit Δs l'arc parcouru pendant Δt

$$V_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{S_2 - S_1}{t_2 - t_1}$$

Si $\Delta t \rightarrow 0$; $V_m \rightarrow V_i$: instantané

$$V = \lim_{\Delta t \to 0} V_m = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = s'$$

$$\vec{V} = s'\vec{u} \Rightarrow V = s' = \frac{ds}{dt}$$

Remarque :

$\vec{u} \neq \overrightarrow{cte}$ c.à.d. variable au cours de temps car sa direction varie avec le temps.

NB:

- *$V = s' > 0$ lorsque le déplacement est dans le même sens que $\vec{u}$*
- *$V = s' < 0$ lorsque le déplacement est dans le sens contraire de $\vec{u}$*

ZAHI FARHAT

7) Vecteur accélération dans la base de Frenet:

$\vec{a} = \vec{V}'$ Avec $\vec{V} = s'\vec{u} \Rightarrow \vec{a} = (s'\vec{u})' \Rightarrow \vec{a} = s''\vec{u} + s'\vec{u}'$

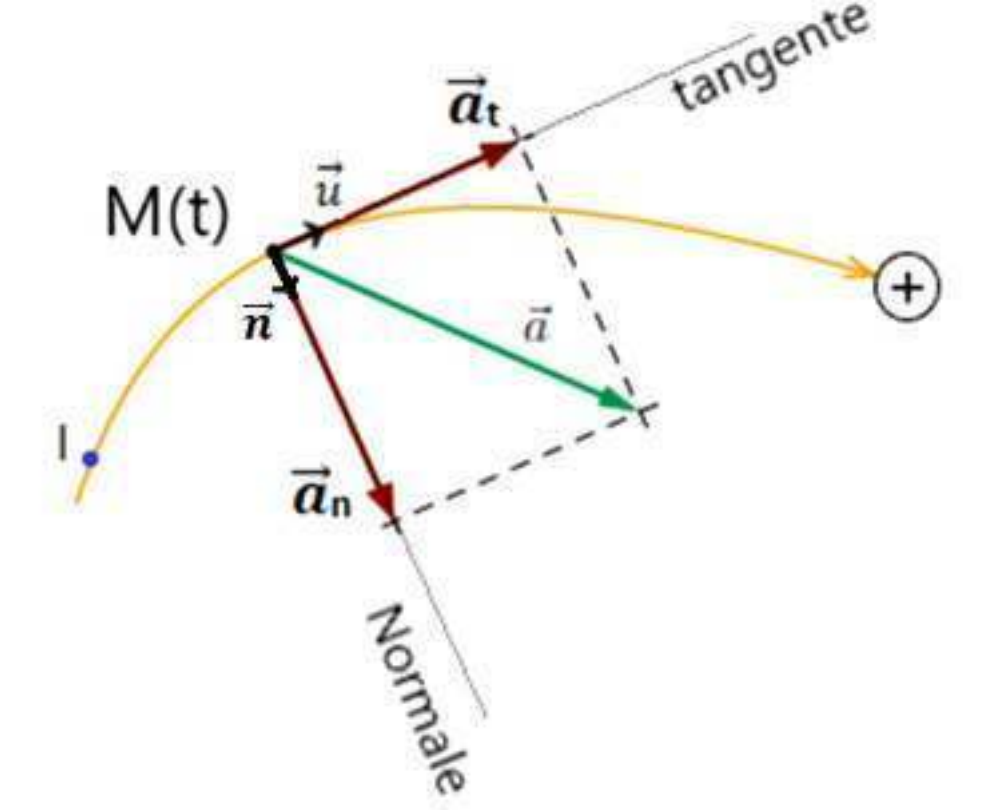
Or $\overrightarrow{u^2}$=1; Dérivons % au temps $\Rightarrow 2\vec{u} \,.\, \overrightarrow{u'} = 0$

$\Rightarrow \vec{u}.\overrightarrow{u'} = 0\ (cos90° = 0) \Rightarrow \vec{u}\ perpendiculaire\ \overrightarrow{u'} = \vec{n}$

$\Rightarrow \overrightarrow{u'} = \vec{n}$ vecteur unitaire porté par la normale à la trajectoire.

(M, $\vec{u}$, $\vec{n}$): repère de Frenet.

(repère mobil qui suit le mouvement)



$\vec{a}$ est la somme de 2 vecteurs :

Le 1er $\overrightarrow{a_t} = s''\vec{u}$: accélération tangentielle

Sa valeur algébrique :$a_t = s'' = V'$

Le 2nd $\overrightarrow{a_n} = s'\vec{u}'$: accélération normale

$\overrightarrow{a_n}$ Est tjrs orienté vers l'intérieur de la concavité de la trajectoire.

On admet que $\|\overrightarrow{a_n}\| = \frac{V^2}{\rho}$

ρ : Rayon de courbure de la trajectoire

- Si la trajectoire est un cercle de rayon $R \Rightarrow \rho = R$
- Si la trajectoire est une ligne droite : $\rho \to \infty \Rightarrow \overrightarrow{a_n} = \vec{0}$

$\Rightarrow \vec{a} = \overrightarrow{a_t}$

$\Rightarrow \vec{a}$ est portée par la droite trajectoire et sa valeur algébrique

$a = a_t = V'$

ZAHI FARHAT

En résumé :

$$\vec{a} = \vec{a_t} + \vec{a_n}$$

Tel que : $\|\vec{a}\| = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{V'^2 + (\frac{V^2}{\rho})^2}$

- $\overrightarrow{a_n}$ **:composant normal est toujours orienté vers l'intérieur de la concavité de la trajectoire et renseigne sur la variation de la direction du vecteur vitesse** $\vec{V}$.

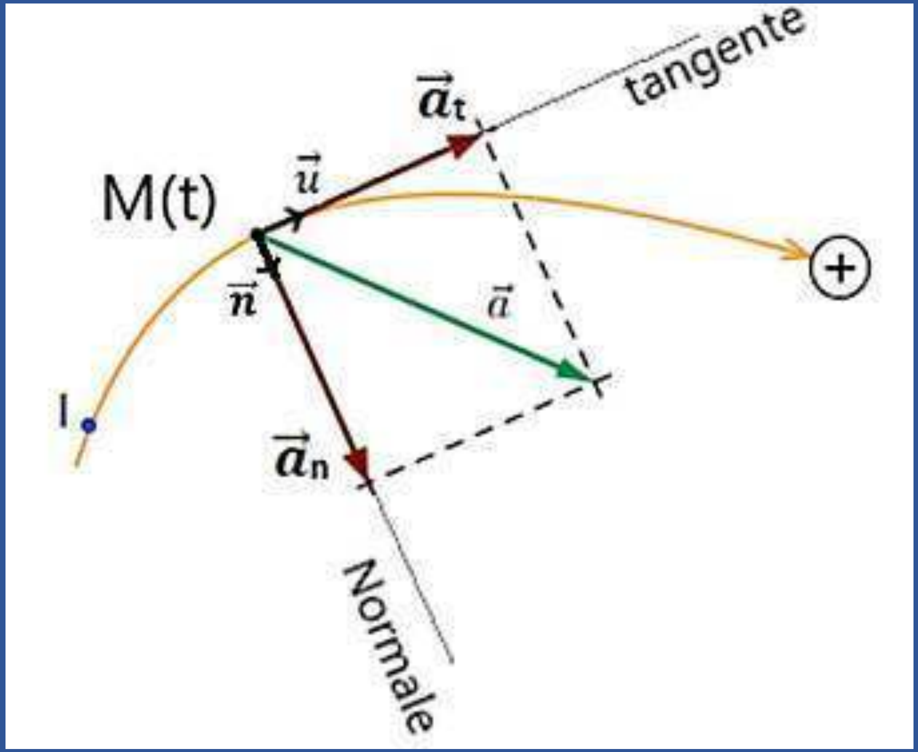
$$a_n = \frac{V^2}{\rho}$$

- $\vec{a}_t$ **: composant tangentiel**

$\vec{a}_t = \frac{dV}{dt}\vec{u} = V'\vec{u}$ **: tangent à la trajectoire en M**

$a_t = V' = s''$ **: lié à la grandeur (Module) de** $\vec{V}$

ZAHI FARHAT



Cas particulier :

Le cas où le mouvement est uniforme $\Leftrightarrow V = cte$

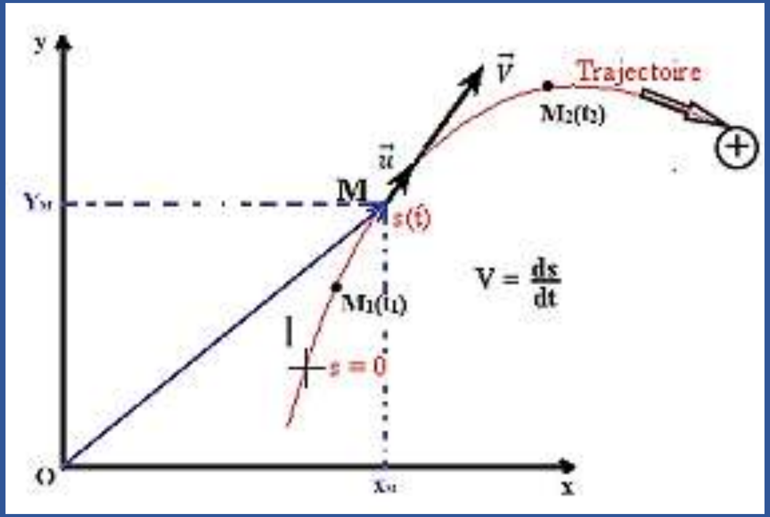
$$\Rightarrow a_t = \frac{dV}{dt} = 0 = V'$$

Donc $\vec{a} = \overrightarrow{a_n}$ **est normal à la trajectoire et orienté vers l'intérieur de la concavité de la trajectoire.**

$$\|\vec{a}\| = \|\overrightarrow{a_n}\| = \frac{V^2}{\rho}$$

Mvt uniforme	Mvt rectiligne	Mvt rectiligne uniforme
$a_t = 0$ $\vec{a} = \vec{a}_n$	$a_n = 0$ $\vec{a} = \vec{a}_t$	$a_t = a_n = 0$ $\vec{a} = \vec{0}$

ZAHI FARHAT

	Position	Vitesse	Accélération
Abscisse cartésien	Vecteur position $\overrightarrow{OM}$ $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$ X= f(t) et y= g(t) $\|\overrightarrow{OM}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$ Composantes $\overrightarrow{OM}$ x= f(t) y= g(t)	Vecteur vitesse $\vec{V} = \overrightarrow{OM}' = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$ Tg à la trajectoire dans le sens du mouvement $\vec{V} = Vx\vec{i} + Vy\vec{j} = x'\vec{i} + y'\vec{j}$ $\|\vec{V}\| = \sqrt{x'^2 + y'^2} = \sqrt{Vx^2 + Vy^2}$ Composantes $\vec{V}$ $V_x = x'$ $V_y = y'$	$\vec{a} = \vec{V}' = \frac{d\vec{v}}{dt} = \overrightarrow{OM}''$ $\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} = x''\vec{i} + y''\vec{j}$ $\|\vec{a}\| = \sqrt{x'^2 + y'^2} = \sqrt{{a_x}^2 + {a_y}^2}$ Composante $\vec{a}$ $a_x = x''$ $a_y = y''$
Abscisse curviligne	S= $\widehat{OM}$ = f(t) 	$\vec{V} = s'\,.\,\vec{u}$ V= s' $\vec{u}$ Vecteur unitaire tg à la courbe dans le même sens du mouvement ZAHI FARHAT	$\vec{a} = \vec{a_t} + \vec{a_n} = \vec{V}'$ $\vec{a_t} = s''\vec{u}$ et $\vec{a_n} = s'\vec{u}'$ $a_t = V'$ suivant $\vec{u}$ $\|\vec{a_n}\| = \frac{V^2}{\rho}$ suivant $\vec{u}' \perp \vec{u}$ et orienté vers l'intérieur de la trajectoire Mvt rect : $\rho \to \infty$ et $a_n \to o$ et $\vec{a} = \vec{a_t}$ Mvt unif : $\vec{a_t} = \vec{o}$ et $\vec{a} = \vec{a_n}$ Mvt rect unif : $\vec{a} = \vec{o}$

8) Mouvement accéléré; mouvement retardé/ décéléré ; mouvement uniforme.

a. Mouvement accéléré.

$\Leftrightarrow \|\vec{V}\|$ augmente avec le temps $\vec{V}$ fonction croissante $\uparrow$

$\Leftrightarrow \vec{V^2} \uparrow \Leftrightarrow 2\vec{V}.\vec{V'} > 0 \Leftrightarrow \vec{V}.\vec{V'} > 0 \Leftrightarrow \vec{V}.\vec{a} > 0$

$\Leftrightarrow (\widehat{\vec{V},\vec{a}})$: Angle aigu

Mouvement accéléré $\Leftrightarrow$

$\vec{V}.\vec{a} > 0$ c.à.d. $(\widehat{\vec{V},\vec{a}})$: angle aigu

Or $\vec{a} = \vec{a_t} + \vec{a_n}$

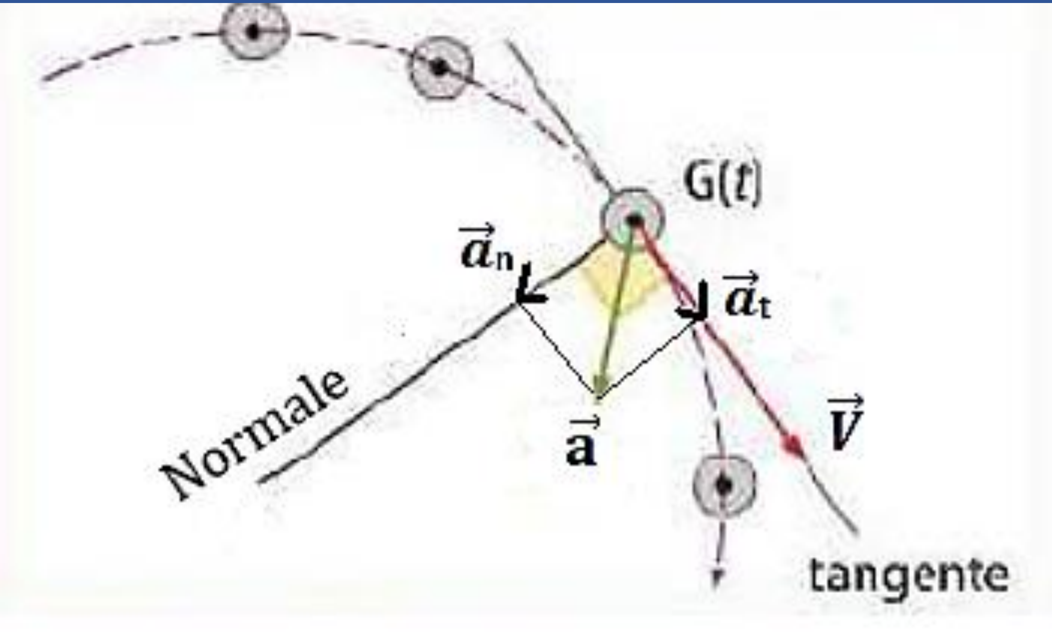
$\vec{V}.\vec{a} = \vec{V}.(\vec{a_t} + \vec{a_n}) = \vec{V}.\vec{a_t} + \vec{V}.\vec{a_n}$

Or $\vec{V}.\vec{a_n} = \vec{0}$ car $\vec{V}$ perpendiculaire à $\vec{a_n}$

Donc $\vec{V}.\vec{a} = \vec{V}.\vec{a_t}$

Mouvement accéléré $\Leftrightarrow \vec{V}.\vec{a_t} > 0$ c.à.d. $(\widehat{\vec{V},\vec{a_t}}) = 0$

Donc $\vec{V}$ et $\vec{a_t}$ sont de même sens.

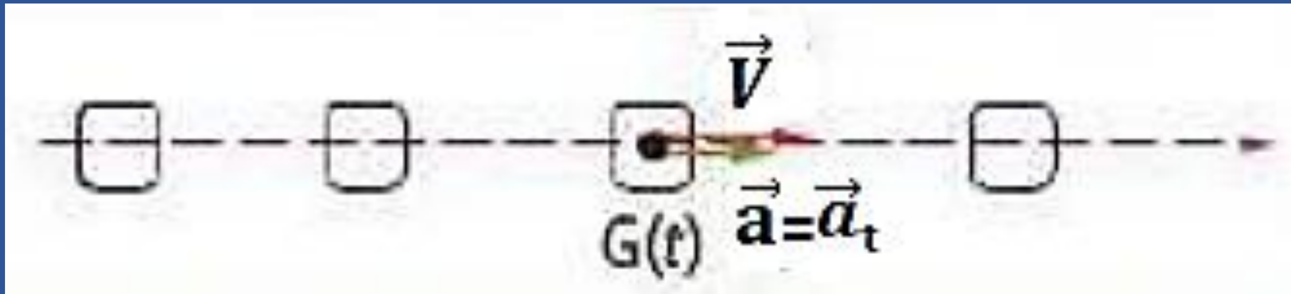


Cas particulaire :

- Mouvement rectiligne : $a_n = \frac{V^2}{\rho \to \infty} = 0 \Rightarrow \vec{a} = \vec{a_t}$

$\Rightarrow \vec{a}$ est portée par le droit trajectoire

- Mouvement rectiligne accéléré $\Leftrightarrow \vec{V}$ et $\vec{a}$ de même



Je retiens :

Mouvement accéléré $\Leftrightarrow$ *$\vec{V}.\vec{a} > 0$ c.à.d. $(\widehat{\vec{V},\vec{a}})$: angle aigu*

$\vec{V}.\vec{a_t} > 0$ c.à.d. $\vec{V}$ *et* $\vec{a_t}$ sont de même sens

b) Mouvement retardé/ décéléré.

$$\Leftrightarrow \|\vec{V}\| \downarrow \Leftrightarrow \overrightarrow{V^2}\ fonction\ decroissante \downarrow$$

$$\Leftrightarrow 2\vec{V}.\vec{V'} < 0$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{V.V'} < 0 \Leftrightarrow \vec{V}.\vec{a} < 0$$

Mouvement retardé $\Leftrightarrow$

$\vec{V}.\vec{a} < 0$ c.à.d. $(\widehat{\vec{V}, \vec{a}})$: angle obtus

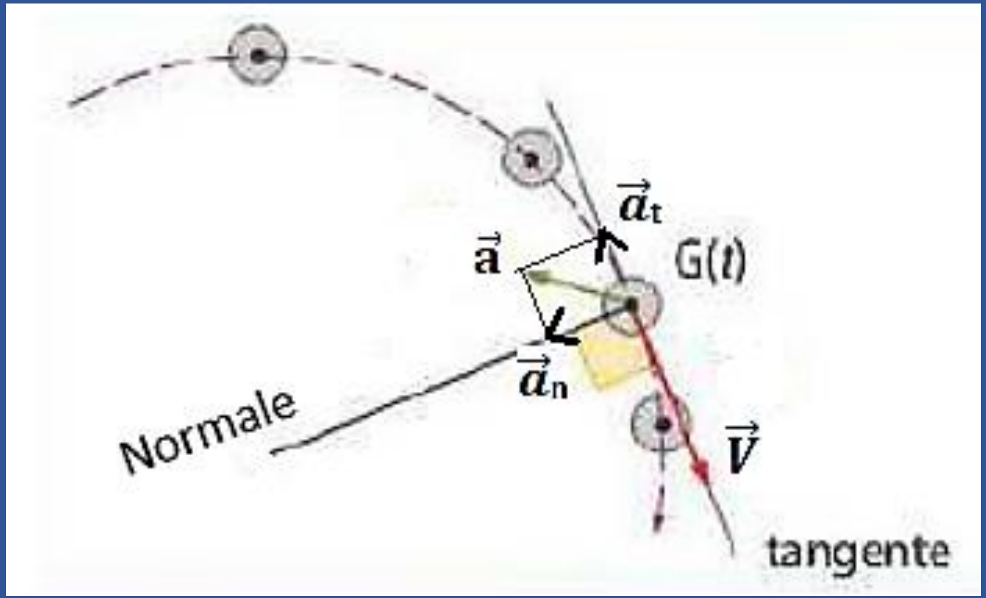
Or $\vec{a} = \vec{a_t} + \vec{a_n}$

$\vec{V}.\vec{a} = \vec{V}.(\vec{a_t} + \vec{a_n}) = \vec{V}\vec{a_t} + \vec{V}\vec{a_n}$

Or $\vec{V}.\vec{a_n} = \vec{0}$ car $\vec{V} \perp \vec{a_n} \Rightarrow \vec{V}.\vec{a} = \vec{V}.\vec{a_t}$

Mouvement retardé $\Leftrightarrow \vec{V}.\vec{a_t} < 0$ c.à.d. $(\widehat{\vec{V}, \vec{a_t}}) = 180°$

Donc $\vec{V}$ et $\vec{a_t}$ sont de sens contraires.



Je retiens :

Mouvement retardé $\Leftrightarrow$

$\vec{V}.\vec{a} < 0$ c.à.d. $(\widehat{\vec{V}, \vec{a}})$: angle obtus

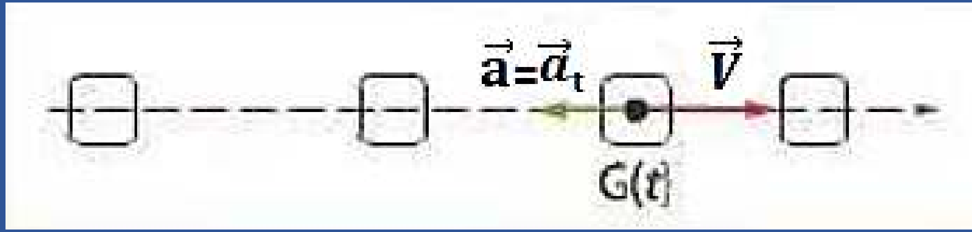
$\vec{V}.\vec{a_t} < 0$ c.à.d. $\vec{V}$ *et* $\vec{a_t}$ sont de sens contraire

Cas particulier :

- Mouvement rectiligne : $a_n = \frac{V^2}{\rho \to \infty} = 0 \Rightarrow \vec{a} = \vec{a_t}$

$\Rightarrow \vec{a}$ Est portée par la droite trajectoire

- Mouvement rectiligne retardé $\Leftrightarrow \vec{V}$ et $\vec{a}$ de sens contraires

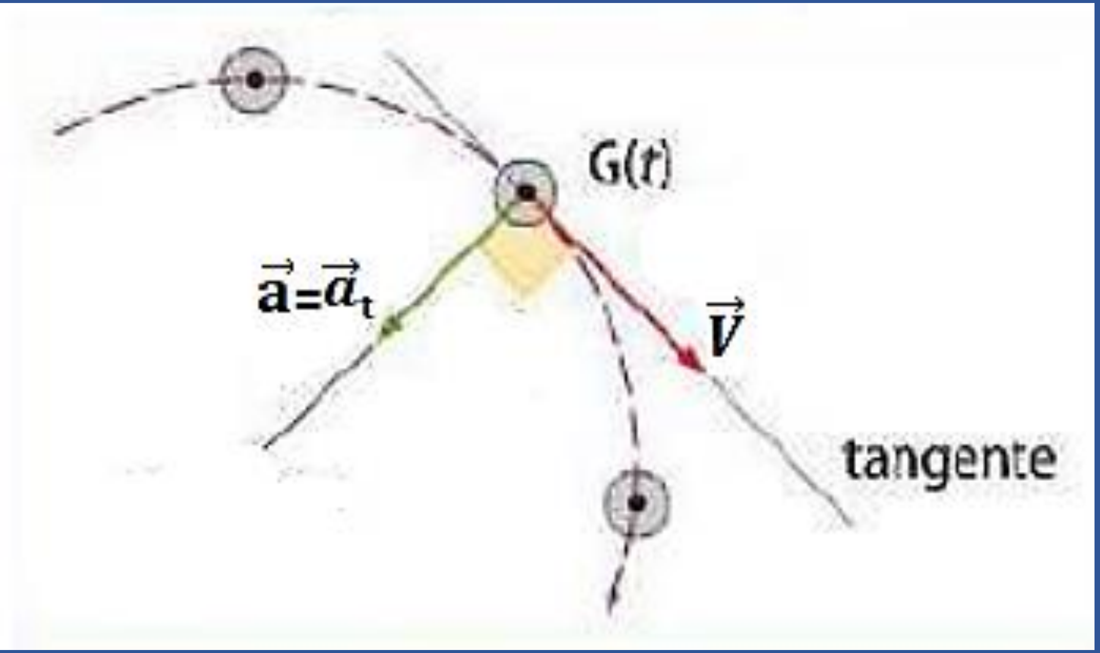


c) Mouvement uniforme.

$$\Leftrightarrow \|\vec{V}\| = cte \Rightarrow \overrightarrow{V^2} = cte \Leftrightarrow 2\vec{V}.\vec{V'} = 0$$

$$\Leftrightarrow \vec{V}.\vec{V'} = \vec{0} \Rightarrow \vec{V}.\vec{a} = 0 \Rightarrow \vec{a} \perp \vec{V}$$

$$\Leftrightarrow \vec{a} = \vec{a_n} \text{ càd } \vec{a_t} = 0$$



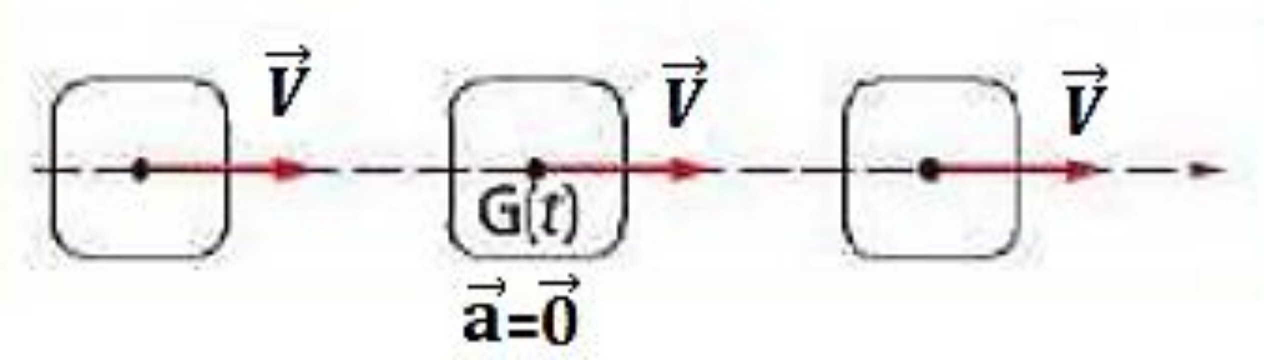
Je retiens :

Mouvement uniforme $\Leftrightarrow$

$$\vec{V}.\vec{a} \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{V} \Leftrightarrow \vec{a_t} = \vec{0}$$

Donc $\vec{a} = \vec{a_n}$

Cas particulier:



Mouvement rectiligne uniforme ou MRU

$$\Leftrightarrow \vec{V} = \overrightarrow{cte} \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{0}$$

Ce qui est essentiel (I):

I)

$\widehat{IM} = s$: Abscisse curviligne = $f\,(t)$ équation horaire du mouvement

$\overrightarrow{OM}$ = vecteur position

Les coordonnées de M :

$$x(t) \text{ et } y(t)$$

Les équations paramétriques du mouvement.

$$x = f(t) \text{ et } y = g\,(t)$$

$$\overrightarrow{OM} = x\vec{\imath} + y\vec{\jmath}$$

$$\|\overrightarrow{OM}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

II)

$$\vec{V} = \overrightarrow{OM}'$$

$\vec{V}$ est tangent à la trajectoire et a le sens du mouvement

$$\vec{V} = V_x\vec{\imath} + V_y\vec{\jmath} = x'\vec{\imath} + y'\vec{\jmath}$$

Les composantes de $\vec{V}$: $V_x = x'$ et $V_y = y'$

$$\|\vec{V}\| = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{x'^2 + y'^2}$$

$$\vec{V} = s'\vec{u} \text{ c.à.d. } V = s'$$

III)

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{V}' = \overrightarrow{OM}''$$

$$\vec{a} = a_x\vec{\imath} + a_y\vec{\jmath} = x''\vec{\imath} + y''\vec{\jmath}$$

Les composantes de $\vec{a}$: $a_x = x''$ et $a_y = y''$

$$\|\vec{a}\| = \sqrt{x''^2 + y''^2}$$

$$\vec{a} = \overrightarrow{a_t} + \overrightarrow{a_n}$$

$$a_t = V'$$

$\overrightarrow{a_n}$ Est tjs orienté vers l'intérieur de la trajectoire et $a_n = \frac{V^2}{\rho}$

Mouvement rectiligne $a_n = \frac{V^2}{\rho \to \infty} = 0 \Rightarrow \vec{a} = \overrightarrow{a_t}$

$$a^2 = a_t^2 + a_n^2$$

ZAHI FARHAT

Ce qui est essentiel (II):

Mouvement accéléré $\Leftrightarrow \vec{V}.\vec{a} > 0 \Leftrightarrow \vec{V}.\vec{a_t} > 0 \Leftrightarrow \vec{V}$ et $\vec{a_t}$ **de même sens.**

Mouvement retardé $\Leftrightarrow \vec{V}.\vec{a} < 0 \Leftrightarrow \vec{V}.\vec{a_t} < 0 \Leftrightarrow \vec{V}$ et $\vec{a_t}$ **de sens contraire.**

Mouvement uniforme $\Leftrightarrow \vec{V}.\vec{a} = 0 \Leftrightarrow \vec{V}.\vec{a_t} = 0 \Leftrightarrow \vec{a_t} = \vec{0} \Rightarrow \vec{a} = \vec{a_n}$.

Mouvement rectiligne accéléré $\Leftrightarrow \vec{V}$ **et** $\vec{a}$ **de même sens**

Mouvement rectiligne retardé $\Leftrightarrow \vec{V}$ **et** $\vec{a}$ **de sens contraire**

Mouvement rectiligne uniforme $\Leftrightarrow \vec{V} = \overrightarrow{cte} \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{0}$

NB:

trajectoire et nature $\longrightarrow$ *curviligne*

Nature $\longrightarrow$ *cartésien*

ZAHI FARHAT