7



I-Exercices

Justifie chaque réponse.

1- Calcule arctan(10) + arctan(0,1).

2- Simplifie arcsin $(\sin 5\frac{\pi}{4})$

3- Simplifie Cos (2arcsinx)

4-Dans un triangle ABC on a $\hat{B}=45°$ et $\hat{C}=60°$ et le rayon du cercle circonscrit est R=6 .Calcule BC.

5-M(z) est un point variable du plan complexe tel que $z = 2 - i + 3e^{i\alpha}$ , $\alpha$ est variable. Démontre que M varie sur un cercle.

$z - (2-i) = 3e^{i\alpha}$

6- M(z) est un point variable du plan complexe tel que $z = 1 + m\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$ ,m est variable.Démontre que M varie sur une droite.

II- Dans le plan d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ , on donne les droites :

(d): $\begin{cases} x = t+1 \\ y = -2t+1 \\ z = t \end{cases}$ et (d'): $\begin{cases} x = m-1 \\ y = m-1 \\ z = m-2 \end{cases}$

1) Démontre que (d) et (d') sont perpendiculaires en un point A dont on calculera les coordonnées.
2) Trouve une équation du plan ( P) formé par (d) et (d')
3)Trouve une équation du plan (Q) passant par O et perpendiculaire à (d) en un point H et équation du plan (Q') passant par O et perpendiculaire à (d') en un point H'.
4) Calcule AH et HH'.

III- Dans le plan d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ , on donne les plans

(P) :2x-y+z=0 et (Q): x+y-z+2$\sqrt{2}$=0 et soit (d) leur droite d'intersection.

1) Démontre que (P) et (Q) sont perpendiculaires.
2) Ecris un système d'équations paramétriques de (d)
3) On désigne par (C) le cercle du plan (P) de centre O et de rayon 3.
Démontre que (d) coupe (C) en deux points A et B.
4) On désigne par E le milieu de [AB].
   a- Ecris un système d'équations paramétriques de la droite (OE).
   b- Déterminer les coordonnées du point F symétrique de O par rapport à (d).

IV- A- Dans le plan rapporté au repère orthonormé (O, $\vec{i},\vec{j}$ ) on désigne par h une fonction définie sur R dont la courbe représentative (E) est donnée ci-contre:
(E) est tangente en O à y'Oy,et admet (d) comme asymptote à $+\infty$ et x'Ox comme direction asymptotique.

1) Démontre que h admet sur R une fonction réciproque g telle que g(0)=0.
2) Soit ($\gamma$) la courbe représentative de g.
   a-Détermine la tangente en O à ($\gamma$) et déduis g'(0).
   b-Démontre que (d) est asymptote à ($\gamma$) et détermine le point d'intersection de ($\gamma$) et (d).

c-Trace ($\gamma$) dans un autre repère.

d-Montre que x et g(x) sont de signes opposés.

3) On suppose que g est définie sur R par $g(x)=(ax+b)(1+e^{x})+c$ , où a, b et sont trois nombres réels.

a- Cacule g'(x).

b- En utilisant les valeurs de g(0) ,g'(0) et g(2) vérifie que $g(x)=(2-x)e^{x}-x-2$.

B- On désigne par f la fonction définie sur R par $f(x)=\dfrac{4e^{x}}{1+e^{x}}$ ,et par (C) sa courbe représentative.

1) a- Calcule les limites de f(x) à $-\infty$ et à $+\infty$, que peut-on déduire?

b- Etudie les variations de f.

c- Démontre que f admet une fonction réciproque $f^{-1}$ et trouve cette fonction .

2) Montre que le point I(0;2) est centre de symétrie de (C)et détermine une équation de la tangente (T) à (C) au point I.

3) En utilisant la fonction g ,étudie la position relative de (T) et (C).

4) Trace (T) et (C).

C- On définit sur R la fonction F par F=gof.

1) Montre que F est décroissante.

2) Calcule F(0) et la limite de F à $-\infty$.

V- On donne $f(x)=-\dfrac{x}{2}+\ln\left|\dfrac{x-1}{x}\right|$ et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé .

1) Démontre que le domaine de définition de f est $]-\infty,0[\cup]0,1[\cup]1,+\infty[$.

2) Démontre que $A(\dfrac{1}{2},\dfrac{-1}{4})$ est cetre de symétrie pour (C).

3) Démontre que la droite (d): $y=-\dfrac{x}{2}$ est asymptote à (C).

4) Etudie les variations de f.

5) Trace (C) et (d).

VI- Dans le plan complexe $(O,\vec{u},\vec{v})$ on donne les points M(z) et M'(z') tels que $z'=\dfrac{z}{|z|^{2}}$ avec $z\neq 0$.

1) Ecris z' sous forme algébrique dans chaque cas : z =2 ; $z=\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ et $z=\sqrt{2}e^{i(-\frac{\pi}{3})}$

2) Vérifie que $z'=\dfrac{1}{\bar{z}}$

3) Montre que les points O , M et M' sont alignés et que $\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{OM'}=1$

4) Montre que $\overline{z'-1}=\dfrac{1-z}{z}$

5) On suppose , dans cette partie , que M decrit le cercle (C) de centre I(1;0) et de rayon 1

a- Vérifie que $|z'-1|=\dfrac{1}{|z|}$

b- Montre que $|z'-1|=|z'|$ et déduis que M' decrit une droite fixe (d) que l'on determinera.