

Exercice

I. A- Soit la fonction $f(x) = x + \sqrt{1 + x^2}$, et (C) son graphe dans un repère orthonormé.

- a) Calculer la limite de $f(x)$ quand $x \rightarrow -\infty$, que peut-on conclure ?
- b) Calculer la limite de $f(x)$ et de $f(x) - 2x$ quand $x \rightarrow +\infty$, que peut-on conclure ?
- c) Étudier les variations de $f(x)$ et construire (C).

B- Soit $g(x) = \ln(x + \sqrt{1 + x^2})$

- a) Démontrer que $g(x)$ est définie pour tout x .
- b) Calculer les limites de $g(x)$ en $-\infty$ et en $+\infty$
- c) Étudier les variations de $g(x)$.
- d) Résoudre $g(x) = 0$

C- Soit $h(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ et (Γ) son graphe.

- a) Étudier les limites de $h(x)$
- b) Étudier avec précision les branches infinies de (Γ)
- c) Étudier les variations de $h(x)$
- d) Démontrer que h est une bijection de \mathbb{R} sur \mathbb{R} et qu'elle admet une fonction réciproque qui est g , puis construire le graphe de g .