ثانوية راس بعلبك
المدة:اربع ساعات

رياضيات
السعي الاول

الصف: علوم عامة

I- Exercices

1- donner la négation de la proposition :
tous les élèves de la classe sont de ras Baalbek ou de jdaydeh .

2- a- Montrer que : $\arctan 2 + \arctan 3 = \frac{3\pi}{4}$

b- Montrer que : $\arcsin x+\arccos x=\frac{\pi}{2}$ pour tout x de [-1,1]

3- Soit la fonction $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2x^2+7}-3}{x-1} & si\ x<1 \\ \frac{x^2+3x-4}{\sqrt{x}-1}+a & si\ x>1 \end{cases}$

Calculer a pour que $f$ soit prolongeable par continuité en 1

4- Trouver le domaine de définition et la dérivée de chacune des fonctions suivantes :

a- $f(x) = \arccos(2x-3)$  b- $g(x) = \frac{1}{\arcsin(x+1)}$

II- On donne la fonction définie sur IR par $f(x) = x+\sqrt{x^2+2}$

1- Calculer $\lim\limits_{-\infty} f(x)$ et interpréter le résultat.

2- Calculer $\lim\limits_{+\infty} f(x)$.

3- Montrer que $f(x)>0$ pour tout x.

4- Montrer que $f'(x) = \frac{f(x)}{\sqrt{x^2+2}}$ et que $f$ est croissante et trouver $f(IR)$.

5- Calculer $f(\sqrt{2})$ et $f(0)$ et tracer le graphe de $f$.

6- Montrer que $f$ admet une fonction réciproque $f^{-1}$ en précisant son domaine de définition

7- Calculer $(f^{-1})'(\sqrt{2})$

8- Montrer que $f^{-1}(x) = \frac{x^2-2}{2x}$.

9- Tracer le graphe de $f^{-1}$.

10- Vérifier que $fof^{-1}(x) = x$

III-

Dans l'espace d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ on donne les points :
A(1,0,-1) B(2,1,-3) C(1,-1,3) et D(-3,1,-2)

1- Montrer que ces points sont non coplanaires

2- Calculer le volume du tétraèdre ABCD

3- a- Ecrire une équation du plan (ABC)

b- Trouver le point E de (y'y) d'ordonnée positive tel que le volume du tétraèdre EABC est égal à $\frac{11}{6}$

c- Vérifier que (ED) est parallèle au plan (ABC).

4- a- Trouver le point H pied de la hauteur (AH) dans le triangle ABD.

b- Calculer l'aire de ce triangle par 2 méthodes.

IV-

Dans l'espace d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ on donne :

les plans (P) :x-2y+z+3=0 et (Q) :x-z-1=0 et le point A(1,1,2)

1- Vérifier que A n'appartient pas à (P) et n'appartient pas à (Q)

2- Démontrer que (P) et (Q) sont perpendiculaires.

Ecrire des équations paramétriques de la droite (d) intersection de (P) et (Q).

4- a- Calculer la distance de A au plan (P).

b- Ecrire des équations paramétriques de la droite $(d_1)$ menée de A et perpendiculaire à (Q).

c- Trouver le point d'intersection $(d_1)$ et (Q).

d- E est le pied de la perpendiculaire menée de A à (P), et F est le pied de la perpendiculaire menée de A à (Q) , le plan (AFE) coupe (d) en un point I. Montrer que AEIF est un rectangle.

e- En déduire la distance de A à (d).

V-

Soit le nombre complexe $z=(\frac{1+i}{\sqrt{3}-i})^5$

1- Ecrire $1+i$ *et* $\sqrt{3}-i$ sous forme trigonométrique

2- Ecrire $(1+i)^5$ sous forme trigonométrique et déduire sa forme algébrique.

3- Ecrire $(\sqrt{3}-i)^5$ sous forme trigonométrique et déduire sa forme algébrique.

4- Ecrire z sous forme trigonométrique.

5- Ecrire z sous forme algébrique.

6- En déduire les valeurs de $\cos(\frac{\pi}{12})$ *et* $\sin(\frac{\pi}{12})$

7- Montrer que $z^{36}$ est un réel négatif.

VI-

Dans le plan complexe on donne les points A(1) , M(z) et M'(z')

Où $z'=(1-i)z+i$.

1- Calculer z lorsque z'=z

2- Trouver la forme trigonométrique de 1-i.

3- a- Montrer que $\frac{z'-1}{z-1}=1-i$

b- En déduire que $AM'=\sqrt{2}AM$ et que $(\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AM'})=-\frac{\pi}{4}\ [2\pi]$

4- a- Montrer que $\frac{z'-z}{z-1}=-i$

b- En déduire que MM'=MA et que $(\overrightarrow{AM},\overrightarrow{MM'})=-\frac{\pi}{2}\ [2\pi]$.

c- Quelle est la nature du triangle AMM'.